3) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+\frac{x}{2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}Ln\left|\underbrace{\frac{x-1}{x}}_{1}\right|=0$

D'où $\Delta: y=-\frac{x}{2}$ est une asymptote à (C)

$* f(x)+\frac{x}{2}=Ln\left|\frac{x-1}{x}\right|=Ln\left|1-\frac{1}{x}\right|$

• *pour* $x<0\to\left|1-\frac{1}{x}\right|>1\Rightarrow Ln(\left|1-\frac{1}{x}\right|)>0$

$\Rightarrow f(x)+\frac{x}{2}>0$

• *pour* $0<x<\frac{1}{2}\to\left|1-\frac{1}{x}\right|>1\Rightarrow Ln(\left|1-\frac{1}{x}\right|)>0$

$\Rightarrow f(x)+\frac{x}{2}>0$

• *pour* $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[\setminus\{1\}\to\left|1-\frac{1}{x}\right|<1$

$\Rightarrow Ln\left|1-\frac{1}{x}\right|<0\Rightarrow f(x)+\frac{x}{2}<0$

x	$-\infty$	0		1/2	1	$+\infty$
$f(x)+\frac{x}{2}$	+		+	-		-
P.R	$\frac{(C)}{\Delta}$		$\frac{(C)}{\Delta}$	$\frac{\Delta}{(C)}$		$\frac{\Delta}{(C)}$

Point D'intersection

4) pour $x\in D_f=IR^*\setminus\{1\}$

On a : $x\neq0$ *et* $x\neq1$

$\Rightarrow -x\neq0$ *et* $-x\neq-1$

$\Rightarrow 1-x\neq1$ *et* $1-x\neq0$

$\Rightarrow (1-x)\in D_f$

$* f(1-x)+f(x)=\frac{x-1}{2}+Ln\left|\frac{-x}{1-x}\right|-\frac{x}{2}+Ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

$=-\frac{1}{2}+Ln\left|\frac{x}{x-1}\right|+Ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

$=-\frac{1}{2}+Ln\left|\left(\frac{x}{x-1}\right)\left(\frac{x-1}{x}\right)\right|$

$=-\frac{1}{2}+Ln1$

$=-\frac{1}{2}=2\left(-\frac{1}{4}\right)$

$\Rightarrow f(1-x)=2\left(-\frac{1}{4}\right)-f(x)$

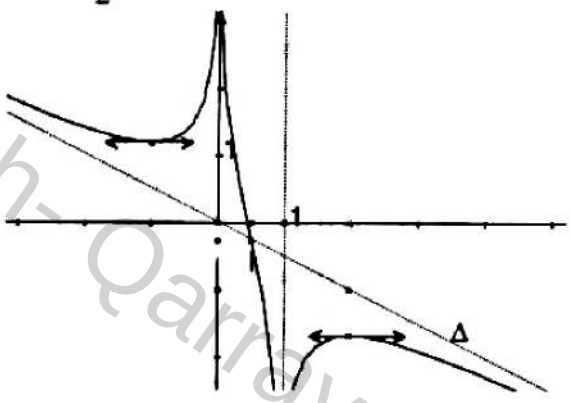
D'où

$I\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$ est un centre de symétrie pour (C)

5)

$* x=0$ *et* $x=1$ sont des asymptotes à (C)

$*\Delta: y=-\frac{x}{2}$ asymptote à (C)



6) * Sur $]-\infty,0[$ f admet $\left(\frac{1}{2}+Ln2\right)$ comme minimum absolue

$\Rightarrow f(x)\geq\frac{1}{2}+Ln2;\forall x\in\,]-\infty,0[$

D'où l'équation : $f(x)=0$ n'a pas de solution dans $]-\infty,0[$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn